

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

1. a) Se arată că  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = 0$ , deci punctele  $A, B, C$  sunt coliniare.

b) Între linii există relația  $L_3 = 6L_1 - 2L_2$ . Rangul este 2.

c)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$ , deci  $\text{rang}(M) \geq 2$ .

Dacă unul dintre minorii de ordinul trei ai lui  $M$  care conțin ultima coloană este nul, atunci punctul  $D(a, b)$  este coliniar cu două dintre punctele  $A, B$  și  $C$ .

Din a) rezultă că punctele  $A, B, C, D$  sunt coliniare, deci toți ceilalți minori de ordinul 3 ai matricei  $M$  sunt nuli. Așadar  $\text{rang}(M) = 2$ .

2. a) Se verifică prin calcul.

b) Se arată că elementul neutru este  $e = -1$ .

Dacă  $x \in \mathbb{Z}$ , evident  $5x + 6 \neq 0$ .

$$x \text{ este simetrizabil} \Leftrightarrow \exists x' \in \mathbb{Z}, xx' = x'x = -1 \Leftrightarrow x' = -\frac{6x+7}{5x+6} \in \mathbb{Z}, \text{ deci } 5x' = -6 + \frac{1}{5x+6} \in \mathbb{Z},$$

așadar  $5x + 6 \in \{-1, 1\}$ . Se obține că unicul element simetrizabil în raport cu legea “ $*$ ” este elementul neutru  $e = -1$ .

c) Din ecuație rezultă că  $x$  este inversabil și din b) rezultă  $x = -1$ , care verifică relația.